3ème T3
Durée : 2 Heures
Date : le 20/ 04 / 2006
Coefficient : 3

Devoir de Contrôle N°3
Mathématiques

Lycée Secondaire Teboulba

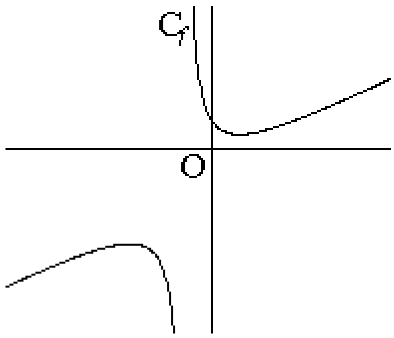
Exercice N°1: (8 points)

On considère la fonction f définie sur $]-\infty;-1[\cup]-1;+\infty[$ par :

$$f(x)=\frac{x^2-x+2}{2x+2}$$

et ($\mathscr{C}_f$) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$ d'unité graphique $1cm$

(l'allure de ($\mathscr{C}_f$) est donnée ci-contre, à titre indicatif)



1. Déterminer les limites aux bornes de l'ensemble de définition de f, en déduire l'existence d'une asymptote (D) dont on précisera l'équation.
2. Calculer $f'(x)$, montrer que $f'(x)=\dfrac{2x^2+4x-6}{(2x+2)^2}$.
3. Dresser le tableau de variation de f.
4. Démontrer que la droite (D') d'équation $y=\dfrac{1}{2}x-1$ est asymptote à ($\mathscr{C}_f$) puis étudier

la position relative de ($\mathscr{C}_f$) par rapport par rapport à (D').

5. Déterminer les coordonnées des points d'intersection de ($\mathscr{C}_f$) avec la droite d'équation $y = 1$.

On nommera A et B ces deux points, A étant celui des deux points dont l'abscisse est la plus petite.

6. A est le point d'abscisse 0 de ($\mathscr{C}_f$), déterminer l'équation de la tangente (T_A) à ($\mathscr{C}_f$) au point A.
7. Existe t-il d'autres points de ($\mathscr{C}_f$) où la tangente est parallèle à (T_A), dans l'affirmative calculer les coordonnées de ce(s) point(s).
8. Construire dans un même repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$ d'unité graphique $1cm$ les droites (D), (D') , (T_A) et la courbe ($\mathscr{C}_f$).

Exercice N°2: (6 points)

1. Chercher les limites suivantes : $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{Cos^2x+Cosx-2}{x^2}$ et $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x+3tgx}{2Sinx}$.
2. Soient les fonctions $f:x\mapsto Cosx-Sin2x$ et $g:x\mapsto 2Sin^2x-2Sinx-1$
   - **a)** Calculer $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)-1}{x}$ et $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{f(x)}{x-\frac{\pi}{2}}$.
   - **b)** Montrer que pour tout réels x ; $g'(x)=-2f(x)$.
   - **c)** Factoriser $f(x)$ puis étudier son signe sur $[0;2\pi]$.
   - **d)** En déduire le tableau de variation de g sur $[0;2\pi]$.

Exercice N°3: (6 points)

$\mathscr{R}=(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ étant un repère O.N de ξ, soit le point : $A(-1,0,2)$ et les vecteurs : $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\-2\\3\end{pmatrix}$; $\vec{v}\begin{pmatrix}2\\-3\\1\end{pmatrix}$; $\vec{w}\begin{pmatrix}3\\-5\\1\end{pmatrix}$ et $\vec{s}\begin{pmatrix}a-1\\b\\-1\end{pmatrix}$ $(a,b)\in IR^2$

1. **a)** Calculer la distance OA.
   b) Déterminer les réels a et b pour que $\vec{s}$ et $\overrightarrow{OA}$ soient colinéaires.
2. Déterminer les réels a et b pour que $\vec{s}$ soit orthogonal à $\vec{u}$ et à $\vec{v}$.
3. $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont -ils coplanaires.
4. **a)** Montrer que $\mathscr{R}'=\left(A,\overrightarrow{OA},\vec{u},\vec{v}\right)$ est un repère de l'espace.
   b) Soit $M(x,y,z)_{\mathscr{R}}$ et $M(x',y',z')_{\mathscr{R}'}$; exprimer x',y' et z' en fonction de x,y et z
   c) En déduire les coordonnées du point O dans $\mathscr{R}'$.

Bon Travail